

FILTRE ACTIVE BIQUAD REALIZATE CU CIRCUITE DE INTEGRARE

1. SCOPUL LUCRĂRII

Măsurători asupra unor filtre active biquad de tip RC realizate cu circuite de integrare.

2. ASPECTE TEORETICE

Considerăm funcția de transfer de forma:

$$H(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{P(s)}{s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}. \quad (1)$$

Relația (1) poate fi rescrisă astfel:

$$U_2(s) = \frac{P(s)}{s^2} U_1(s) - \frac{\omega_0}{Q} U_2(s) - \frac{\omega_0}{s^2} U_2(s) \quad (2)$$

În cazul particular $P(s) = Ks^2$, relația (2) poate fi reprezentată prin schema bloc din figura 1.

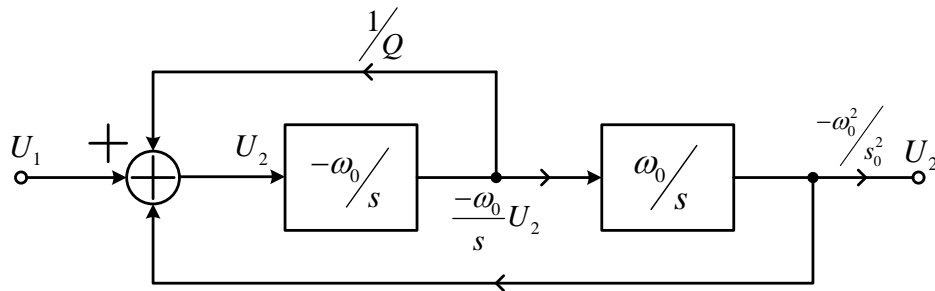


Figura 1. Schema bloc de reprezentare a relației (2)

Filtrele realizate conform schemei bloc din figura 1 se numesc filtre cu două bucle de integrare. Aceste filtre au două bucle de reacție negativă, una care controlează Q , iar alta care controlează ω_0 . Unul dintre avantajele acestor tipuri de filtre este că parametrii filtrelor pot fi controlați independent, în comparație cu cele cu un amplificator operațional. Un alt avantaj îl constituie abilitatea acestuia de a asigura simultan mai multe funcții de filtrare, la ieșiri diferite.

În figura 2 a) este prezentat un filtru numit biquad *KHN* (Kerwin-Huelsman- Newcomb), care mai este denumit și filtru cu variabile de stare.

Presupunând că amplificatoarele operaționale sunt ideale, se pot scrie următoarele ecuații de potențiale la noduri:

$$\begin{aligned} U_5 &= 0, \\ U_7 &= 0, \\ U_3 &= U_8, \\ U_8 S_8 &= U_2 G_5 + U_4 G_6 \rightarrow U_4 = U_8 \frac{S_8}{G_6} - U_2 \frac{G_5}{G_6}, \\ 0 &= U_4 G_1 + U_6 s C_1 \rightarrow U_6 = -U_4 \frac{G_1}{s C_1}, \\ 0 &= U_6 G_2 + U_2 s C_2 \rightarrow U_2 = -U_6 \frac{G_2}{s C_2}, \end{aligned} \quad (3)$$

unde:

$$S_8 = G_5 + G_6, \quad S_5 = s C_1 + G_1, \quad S_7 = s C_2 + G_2.$$

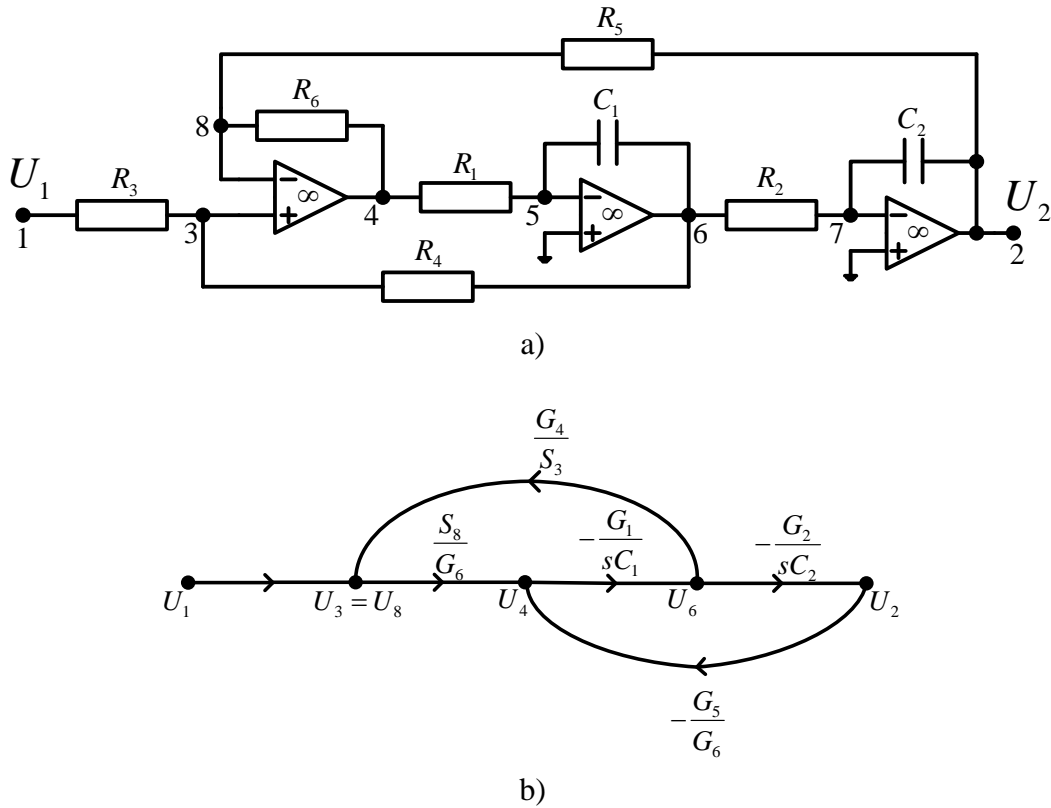


Figura 2. a) Filtrul biquad de tip KHN și b) graful de semnal asociat

Graful de semnal asociat schemei din figura 2 a) este reprezentat în figura 2 b), folosind sistemul de ecuații (3). Se calculează următoarele funcții de transfer:

$$H_1(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{G_1 G_2 G_3 (G_5 + G_6)}{C_1 C_2 G_6 (G_3 + G_4)} \frac{1}{s^2 + \frac{G_1 G_4 (G_5 + G_6)}{C_1 G_6 (G_3 + G_4)} s + \frac{G_1 G_2 G_5}{C_1 C_2 G_6}} = \frac{G_1 G_2 G_3 (G_5 + G_6)}{C_1 C_2 G_6 (G_3 + G_4)} \frac{1}{D(s)}, \quad (4)$$

$$H_2(s) = \frac{U_6(s)}{U_1(s)} = H_1(s) \left(-\frac{s C_2}{G_2} \right) = -\frac{s G_1 G_5 (G_5 + G_6)}{C_1 G_6 (G_3 + G_4)} \frac{1}{D(s)}, \quad (5)$$

$$H_3(s) = \frac{U_4(s)}{U_1(s)} = \left(-\frac{s C_1}{G_1} \right) H_2(s) = \frac{s^2 G_5 (G_5 + G_6)}{G_6 (G_3 + G_4)} \frac{1}{D(s)}, \quad (6)$$

unde:

$$D(s) = s^2 + s \frac{1 + \frac{R_6}{R_5}}{C_1 R_1 (1 + \frac{R_4}{R_4})} + \frac{R_6}{C_1 C_2 R_1 R_2 R_5} = s^2 + s \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2. \quad (7)$$

Din relația (7) rezultă:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{R_6}{C_1 C_2 R_1 R_2 R_5}}, \quad \frac{\omega_0}{Q} = \frac{1 + \frac{R_6}{R_5}}{C_1 R_1 (1 + \frac{R_4}{R_5})}. \quad (8)$$

Deci factorul de calitate Q are expresia:

$$Q = \frac{1 + \frac{R_4}{R_5}}{1 + \frac{R_6}{R_5}} \sqrt{\frac{R_1 R_6 C_1}{R_2 R_5 C_2}}. \quad (9)$$

Funcția de transfer $H_1(s)$ este de tip trece jos de ordinul doi , adică de forma canonică:

$$H_1(s) = \frac{K_1 \omega_0^2}{s^2 + s \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}. \quad (10)$$

Identificând relațiile (4) și (10) rezultă:

$$K_1 = \frac{1 + \frac{R_5}{R_6}}{1 + \frac{R_3}{R_6}}. \quad (11)$$

Funcția de transfer $H_2(s)$ este de tip trece bandă de ordinul doi, adică se poate exprima sub forma canonică:

$$H_2(s) = \frac{K_2 s \frac{\omega_0}{Q}}{s^2 + s \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}. \quad (12)$$

Prin identificarea relațiilor (5) și (12) se obține:

$$K_2 = \frac{R_4}{R_5}. \quad (13)$$

De asemenea funcția de transfer $H_3(s)$ este de tip trece sus de ordinul doi, adică este de forma:

$$H_3(s) = \frac{K_3 s^2}{s^2 + s \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}. \quad (14)$$

Identificând relațiile (6) și (14) rezultă:

$$K_3 = \frac{1 + \frac{R_6}{R_5}}{1 + \frac{R_5}{R_4}}. \quad (15)$$

Dacă se calculează sensibilitățile lui Q și ω_0 în raport cu rezistențele și condensatoarele se obține:

$$S_{C_1}^{\omega_0} = S_{C_2}^{\omega_0} = S_{R_1}^{\omega_0} = S_{R_2}^{\omega_0} = S_{R_5}^{\omega_0} = -S_{R_6}^{\omega_0} = -\frac{1}{2}. \quad (16)$$

$$S_{R_1}^Q = S_{C_2}^Q = -S_{C_2}^Q = -S_{R_2}^Q = -\frac{1}{2}. \quad (17)$$

$$S_{R_4}^Q = \frac{R_4}{R_3 + R_4} = -S_{R_3}^Q < 1, \quad S_{R_5}^Q = \frac{R_6 - R_5}{2(R_5 + R_6)} = -S_{R_6}^Q.$$

Din relațiile (18) se observă că sensibilitățile lui Q în raport cu R_5 și R_6 devin zero dacă $R_5 = R_6$. Sensibilitățile lui Q în raport cu R_3 și R_4 sunt subunitare, iar celelalte sensibilități sunt egale cu 0.5 în modul. De asemenea sensibilitățile lui ω_0 sunt egale în modul cu 0.5. Cea mai simplă procedură de proiectare a filtrului KHN este aceea pentru care $R_5 = R_6$, iar $R_1 = R_2 = R$ și $C_1 = C_2$. Dacă se alege pentru C o valoare convenabilă, rezultă:

$$R_1 = R_2 = R = \frac{1}{\omega_0 C}, \quad (18)$$

$$R_4 = (2Q - 1)R_3. \quad (19)$$

Pentru filtrele trece jos și filtrele trece sus se obține relația:

$$K_1 = K_3 = 2 - \frac{1}{Q}, \quad (20)$$

iar pentru filtrul trece bandă:

$$K_2 = 2Q - 1. \quad (21)$$

Valorile pentru ω_0 și Q pot fi controlate independent, reglând R_1 și/sau R_2 , pentru ω_0 , respectiv R_4 pentru Q .

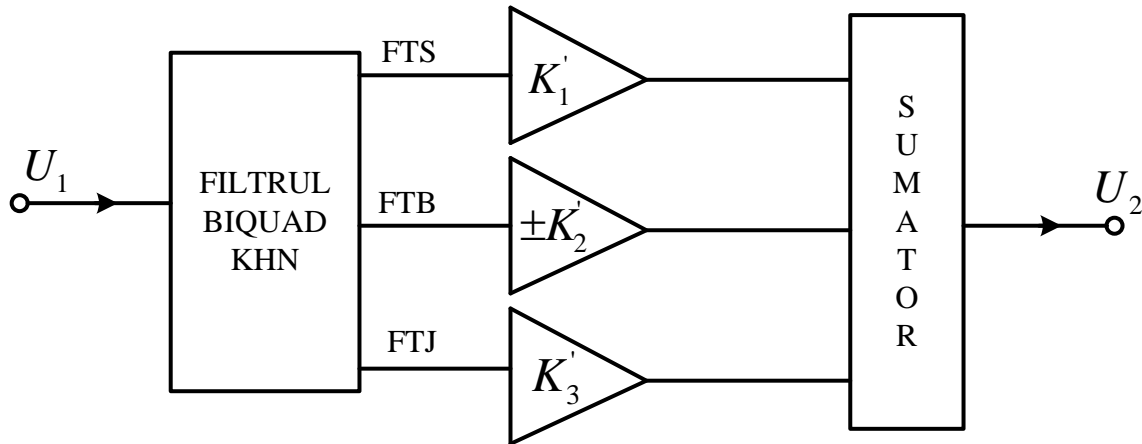


Figura 3. Schema pentru obținerea oricărei funcții de transfer de ordinul 2 cu ω_0 și Q dorite.

În figura 3 este prezentată schema pentru obținerea oricărei funcții de transfer de ordinul 2 cu ω_0 și Q dorite. Funcția de transfer are expresia:

$$\frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{2Q - 1}{Q} \frac{K_1' s^2 \pm K_2' s \omega_0 + K_3' \omega_0^2}{s^2 + s \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2} \quad (22)$$

dacă se ține cont de alegerile din relațiile (18) și (19). Amplificările K_1', K_2', K_3' pot fi realizate cu o schema cu un singur amplificator operațional. O astfel de schemă de sumator este prezentată în figura 4.

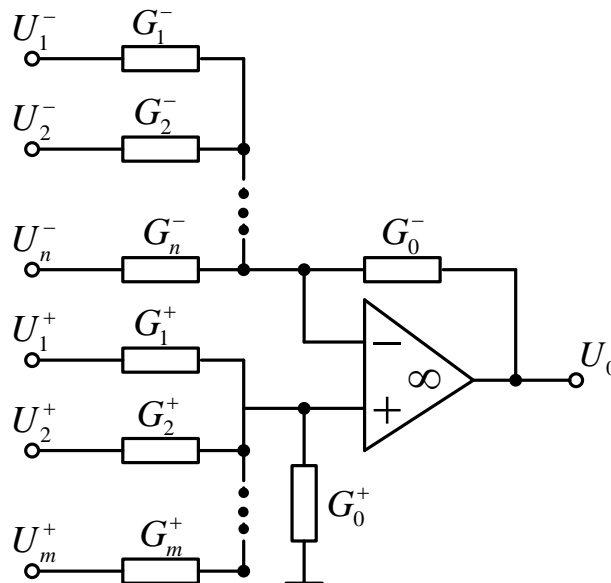


Figura 4. Schema unui sumator cu n intrări pe “-“ și m intrări pe “+”.

Tensiunea la ieșirea sumatorului este:

$$U = \frac{Y^-}{G_0^-} \sum_{i=1}^m \frac{G_i^+}{Y^+} U_i^+ - \sum_{i=1}^n \frac{G_i^-}{G_0^-} U_i^- \quad (23)$$

unde admitanțele Y^- și Y^+ au expresiile:

$$Y^- = \sum_{i=1}^n G_i^-, \quad Y^+ = \sum_{i=1}^m G_i^+.$$

În schema din figura 4 pe rezistențe sunt marcate conductanțele.

În figura 5 este reprezentată schema machetei pentru efectuarea măsurătorilor.

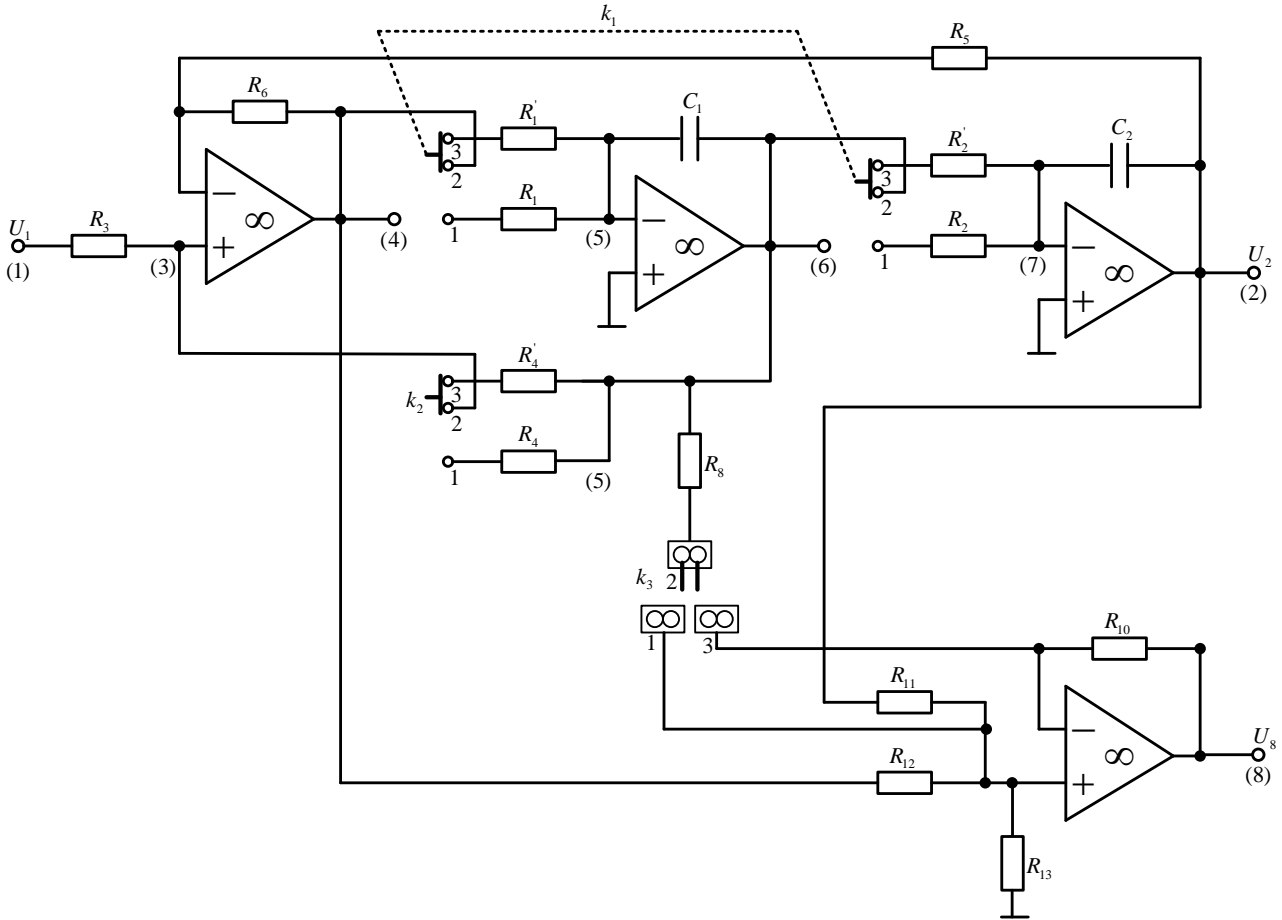


Figura 5. Schema machetei pentru efectuarea măsurătorilor

Valorile elementelor de pe schema din figura 5 sunt: $R_3 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_5 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_6 = 1 \text{ k}\Omega$, $R'_1 = 6.8 \text{ k}\Omega$, $R_1 = 5.1 \text{ k}\Omega$, $R'_2 = 6.8 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 5.1 \text{ k}\Omega$, $R'_4 = 430 \Omega$, $R_4 = 3.3 \text{ k}\Omega$, $R_8 = 4.7 \text{ k}\Omega$, $R_{10} = 1 \text{ k}\Omega$, $R_{11} = R_{12} = 6.8 \text{ k}\Omega$, $R_{13} = 6.3 \text{ k}\Omega$, $C_1 = C_2 = 10 \text{ nF}$.

Formele canonice ale funcțiilor de transfer pentru filtrele de tip rejctor, trece tot și respectiv corector de atenuare, toate de ordinul doi, sunt:

$$H_4(s) = K_4 \frac{s^2 + \omega_z^2}{s^2 + s \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}, \quad (24)$$

$$H_5(s) = K_5 \frac{s^2 - s \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}{s^2 + s \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}, \quad (25)$$

$$H_6(s) = K_6 \frac{s^2 + s \frac{\omega_0}{Q_z} + \omega_0^2}{s^2 + s \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}. \quad (26)$$

3. DESFĂȘURAREA LUCRĂRII

6. Schema pentru măsurarea caracteristicilor amplitudine-frecvență a filtrelor din lucrare este dată în figura 6.

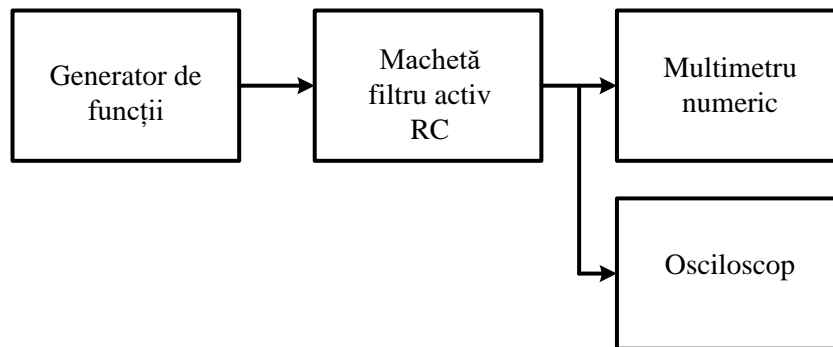


Figura 6. Schema folosită pentru măsurarea caracteristicilor amplitudine-frecvență.

A) Se ridică caracteristica amplitudine-frecvență a filtrului activ cu intrarea în nodul 1 și ieșirea în nodul 2. Se fixează tensiunea de la generator $E = 1 \text{ V}_{\text{V}}$. Această tensiune se măsoară cu generatorul în gol. Comutatoarele k_1 și k_2 sunt pe poziția cu R_1, R_2 și R_4 în circuit (**comutatoarele k_1 și k_2 pe poziția 1, k_3 nu se conectează**). Se completează tabelul 1.

Tabelul 1

f [kHz]	
U_2 [V]	
$ H_1(jf) $	

Se reprezintă grafic $|H_1(jf)|$ funcție de frecvența f măsurată în kHz. Se citește din grafic frecvența de tăiere a filtrului f_t [kHz] la -3 dB , adică frecvența la care amplitudinea cade la $\frac{|H_1(j1000)|}{\sqrt{2}}$.

Se repetă măsurătorile pentru Q schimbat, adică se introduce în circuit R'_4 , în loc de R_4 (**comutatorul k_1 pe poziția 1 și comutatorul k_2 pe poziția 3**). Se repetă măsurătorile pentru ω_0 schimbat, adică se introduc în circuit R'_1 și R'_2 , în loc de R_1 , respectiv R_2 (**comutatorul k_1 pe poziția 3 și comutatorul k_2 pe poziția 1**).

B) Se măsoară caracteristica fază-frecvență a filtrului de la punctul A) (primul caz, **comutatoarele k_1 și k_2 pe poziția 1, k_3 nu se conectează**), folosind metoda sincronizării pentru un osciloscop cu două canale. Se măsoară timpul de întârziere t_0 , între semnalul de la intrarea filtrului și semnalul de la ieșirea filtrului, la diverse frecvențe. Se completează tabelul 2.

Tabelul 2.

f [kHz]	
t_0	
φ [grade]	
φ_t [grade]	

Faza se calculează cu relația:

$$\varphi(f) = -360^\circ \frac{t_0}{T} = -360^\circ t_0 f. \quad (27)$$

unde T este perioada semnalului sinusoidal aplicat la intrarea filtrului.

În tabelul 2, φ_t este faza teoretică și se calculează cu relația:

$$\varphi_t(f) = -\operatorname{arctg} \frac{\frac{\omega\omega_0}{Q}}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (28)$$

Se trasează pe aceleași axe de coordonate $\varphi(f)$ și $\varphi_t(f)$. Valorile pentru ω_0 și Q se calculează cu ajutorul relațiilor (8) și (9), folosind valorile din schemă.

C) Se ridică caracteristica amplitudine-frecvență a filtrului activ cu intrarea în nodul 1 și ieșirea în nodul 6 (**comutatoarele k_1 și k_2 pe poziția 1, k_3 nu se conectează**). Se fixează tensiunea la generator $E = 1 \text{ V}_{\text{VV}}$. Se completează un tabel similar cu tabelul 1. Se reprezintă grafic $|H_2(jf)|$ funcție de frecvența f măsurată în kHz.

Se citește din grafic banda de frecvență la -3 dB și frecvența centrală a filtrului.

Se repetă măsurătorile pentru Q schimbat, adică pentru R'_4 introdus în circuit în locul lui R_4 (**comutatorul k_2 pe poziția 1 și comutatorul k_2 pe poziția 3**).

D) Se măsoară caracteristica fază-frecvență a filtrului de la C), procedând ca la punctul B) și se completează un tabel similar cu tabelul 2. Faza teoretică φ_t se calculează cu relația:

$$\varphi_t(f) = -90^\circ - \operatorname{arctg} \frac{\frac{\omega\omega_0}{Q}}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (29)$$

E) Se repetă punctul A) pentru filtrul activ cu intrarea în nodul 1 și ieșirea în nodul 4. Se citește din grafic frecvența de tăiere a filtrului f_t [kHz] la -3 dB , adică frecvența la care amplitudinea cade la $\frac{|H(jf_\infty)|}{\sqrt{2}}$, unde $f_\infty = 50 \text{ kHz}$.

F) Se repetă punctul B) pentru filtrul de la E). Faza teoretică se calculează cu relația:

$$\varphi_t(f) = -180^\circ - \operatorname{arctg} \frac{\frac{\omega\omega_0}{Q}}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (30)$$

G) Se repetă punctul A) pentru filtrul activ cu intrarea în nodul 1 și ieșirea în nodul 8. Comutatorul k_3 nu este conectat.

H) Se repetă punctul A) pentru filtrul activ cu intrarea în nodul 1 și ieșirea în nodul 8, iar comutatorul k_3 conectează pozițiile 2 și 3.

I) Se repetă punctul B) pentru filtrul de la H). Faza teoretică $\varphi_t(f)$ se calculează cu relația:

$$\varphi_t(f) = -2\operatorname{arctg} \frac{\frac{\omega\omega_0}{Q}}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (30)$$

J) Se repetă punctul A) pentru filtrul activ cu intrarea în nodul 1 și ieșirea în nodul 8, iar comutatorul k_3 conectează pozițiile 1 și 2.

4. ÎNTREBĂRI

- Pentru ce valori ale lui Q caracteristica amplitudine-frecvență a filtrului trece jos de ordinul 2 prezintă punct de maxim?
- Care este valoarea lui Q pentru care caracteristica amplitudine-frecvență a filtrului trece jos este maxim plată?
- Care este componenta din schemă din care se poate regla banda de frecvență la -3 dB pentru filtrul trece bandă? Dar pentru frecvența centrală f_0 ?
- Care este relația dintre ω_z și ω_0 astfel încât $|H_4(j0)| = |H_4(j\infty)|$?
- De ce caracteristicile amplitudine-frecvență sunt raportate la E și nu la U_1 ?
- Care sunt tipurile filtrelor măsurate la punctele G), H) și J)?

MACHETA FILTRE BIQUAD

