LUCRAREA DE LABORATOR NR. 1.

SEMNALE PERIODICE

1.1. Obiectivul lucrării

În această lucrare se va realiza analiza spectrală a semnalelor periodice. Pentru atingerea obiectivului se vor măsura spectrele de amplitudini ale semnalelor periodice sinusoidal, dreptunghiular cu diverşi factori de umplere şi triunghiular simetric. Se va determina puterea obţinută pentru semnalul dreptunghiular (cu diverși factori de umplere) și semnalul triunghiular folosind datele experimentale și se va compara cu puterea obținută folosind reprezentarea în domeniul timp a respectivelor semnale.

1.2. Aspecte teoretice

Un semnal periodic $x(t)$ este reprezentat matematic printr-o funcție periodică de timp, adică, pentru care există un număr real și nenul T, numit *perioadă*, astfel încât să fie îndeplinită egalitatea:

$$x(t+T)=x(t), \quad \forall t \in \mathbb{R}. \tag{1}$$

Dacă T este perioadă și asigură îndeplinirea relației (1), atunci orice multiplu întreg al său, kT, unde $k \in \mathbb{Z}^*$, este de asemenea perioadă pentru semnal. Cea mai mică valoare strict pozitivă a perioadei se numește *perioadă principală* (sau *perioadă de repetiție*) a semnalului.

Semnalele uzuale, întâlnite în practică, au un moment de apariție și un moment de dispariție, cu alte cuvinte pot îndeplini relația (1) numai pe o porțiune finită a axei timpului, ceea ce înseamnă că semnale riguros periodice nu există în practică. Totuși, în anumite situații, este util să se modeleze un semnal de durată finită, având pe durata sa de existență o variație de tip periodică, printr-o funcție periodică de timp care îndeplinește (1) pe toată axa reală. Această modelare nu conduce la erori dacă durata de existență a semnalului este mult mai mare decât perioada de repetiție și decât durata regimurilor tranzitorii apărute în circuit la aplicarea, respectiv suprimarea semnalului și, în plus, dacă nu interesează tocmai aceste regimuri tranzitorii.

Un semnal periodic $x(t)$, de perioadă T, poate fi dezvoltat în serie Fourier dacă satisface condiţiile lui Dirichlet.

Formulele seriilor Fourier şi relaţiile de calcul ale coeficienţilor sunt prezentate în Tabelul 1.

Tabelul 1 Expresiile seriilor Fourier pentru un semnal analogic periodic

FORMA SERIEI	**REPREZENTARE ANALITICĂ**	**RELAŢII PENTRU COEFICIENŢI**
Exponenţială (complexă)	$x(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} A_{kc} e^{jk\omega_0 t}$	$A_{kc}=\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$
Trigonometrică	$x(t)=c_0+\sum_{k=1}^{\infty} c_k \cos k\omega_0 t + +\sum_{k=1}^{\infty} s_k \sin k\omega_0 t$	$c_0=\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x(t) dt$ $c_k=\frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x(t)\cos k\omega_0 t dt$ $s_k=\frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x(t)\sin k\omega_0 t dt$
Armonică	$x(t)=A_0+\sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_0 t+\varphi_k)$	$A_0=c_0$ $A_k=\sqrt{c_k^{\ 2}+s_k^{\ 2}}=2\lvert A_{kc}\rvert$ $\varphi_k=-arctg\frac{s_k}{c_k}=\arg\{A_{kc}\}$

$\omega_0=\frac{2\pi}{T}=2\pi f_0$ reprezintă *frecvenţa unghiulară (pulsaţia) fundamentală*, iar f_0 este *frecvenţa fundamentală*; care se mai numeşte şi *frecvenţa de repetiţie* a semnalului periodic.

Alegerea limitelor de integrare în evaluarea coeficienţilor seriilor Fourier este arbitrară, se face astfel încât să conducă la simplificarea calculelor; esenţial este ca integrarea să se facă pe o perioadă (de la $-T/2$ la $+T/2$, de la 0 la T, etc.).

Seria Fourier Exponențială oferă o descompunere a semnalului periodic într-o sumă de componente elementare de tip exponenţial $e^{jk\omega_0 t}$, nerealizabile fizic. Utilizarea ei este foarte comodă în problemele de determinare a răspunsului circuitelor la semnale periodice.

Din punct de vedere practic (experimental) interesează Seria Fourier Armonică (SFA). Următoarele detalii se aplică numai pentru această dezvoltare. Aceasta descompune semnalul într-o sumă de semnale cosinusoidale (numite mai departe *componente*) ale căror frecvenţe sunt multipli ai frecvenţei de repetiţie a semnalului periodic. Aceste componente se mai numesc *armonici*. Componenta de frecvență zero se numește *componenta continuă*, componenta de frecvență f_0 este *componenta fundamentală* (numită adesea și "*fundamentala*", *"armonica de ordin 1"* sau *"frecvența de repetiție"*), iar componentele de frecvențe $kf_0 \left(k \in \mathbb{N}, k \geq 2\right)$ sunt *componentele armonice* ("*armonicele de ordin* k"). Ansamblul acestor componente formează *spectrul semnalului*. De remarcat că, în cazul semnalelor periodice, *spectrul este discret*, existând componente numai la anumite frecvențe, deoarece semnalele periodice pot fi reprezentate prin *sume discrete* de semnale elementare, aşa cum este prezentat în figura 1.

Caracterizarea în domeniul frecvenţă a semnalelor periodice se face prin două reprezentări: *spectrul de amplitudini* şi *spectrul de faze*, adică reprezentarea grafică a variației în raport cu frecvența a amplitudinilor și, respectiv, a fazelor inițiale ale componentelor. În acest scop, fiecărei componente din dezvoltare i se alocă câte un segment de dreaptă (*linie spectrală*) în cele două spectre, *localizat la frecvenţa componentei* şi având mărimea segmentului proporţională cu amplitudinea, respectiv faza componentei.

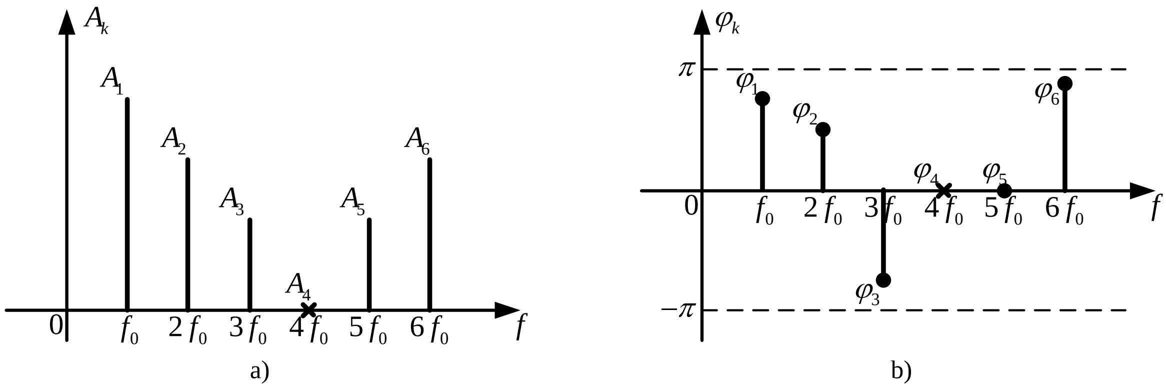

Figura 1. a) Diagrama spectrală de amplitudine; b) Diagrama spectrală de fază

Semnul “x” de la spectrul de amplitudini arată că respectivele amplitudini sunt nule, iar la spectrul de faze arată că, în cazurile respective, noțiunea de fază inițială nu are sens sau nu este determinată; la $f = 4f_0$ componenta nu există (are amplitudine nulă, deci nu se pune problema determinării fazei inițiale a unui semnal cu amplitudinea nulă). Cazul semnalelor periodice cu componentă continuă nu este tratat în această lucrare.

Se observă că este suficientă cunoașterea spectrului de amplitudini și de faze pentru determinarea completă a semnalului.

Teoretic, spectrul semnalului se întinde de la frecvența nulă, $f = 0$, până la frecvența infinită, $f = +\infty$; practic, componentele de frecvențe foarte mari sunt neglijabile având amplitudini din ce în ce mai mici, astfel încât, pentru semnale concrete, banda de frecvențe ocupată de spectru are lărgime finită, adică spectrul este limitat. Scăderea amplitudinilor componentelor la creșterea frecvenței este cu atât mai rapidă cu cât semnalul este mai neted (funcția matematică folosită pentru reprezentare este derivabilă de cât mai multe ori). Trunchierea spectrului depinde de cerinţele impuse tipului de comunicaţie care utilizează semnalul respectiv. Prin urmare, analiza spectrală a unui semnal ne permite să stabilim *lăţimea benzii de frecvenţe efectiv ocupată* de acel semnal.

Se numește “*bandă efectivă*”, banda de frecvențe ocupată de componentele importante pentru aplicația considerată. Lărgimea benzii efective depinde de valoarea pragului sub care amplitudinile componentelor care alcătuiesc spectrul de amplitudini pot fi considerate ca fiind neglijabile. Atunci când valoarea pragului crește, lărgimea benzii efective scade; alegerea pragului de neglijare se face după criterii stabilite pe considerente practice în fiecare aplicație. Dacă se cunoaște banda efectivă ocupată de semnale se poate stabili domeniul de frecvențe în care circuitele care prelucrează semnalul trebuie să-și îndeplinească corect funcțiile.

A. Semnalul armonic

Expresia analitică a unui semnal armonic este:

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi), \tag{2}$$

iar reprezentarea grafică a spectrului de amplitudini este prezentată în figura 2, unde $f_0 = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi}$.

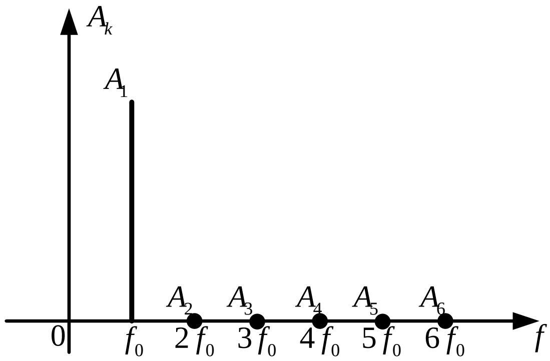

Figura 2. Diagrama spectrală de amplitudine pentru un semnal armonic

Un semnal armonic pur are un factor de distorsiuni de 0% (nu are armonici de ordin mai mare decât 1). Semnalul real obţinut de la generatorul de funcţii utilizat în lucrare nu este perfect sinusoidal, ceea ce implică prezenţa unor componente spectrale diferite de zero pentru frecvenţe ce sunt multiplii de frecvenţa fundamentală. Ne interesează să aflăm cât de mult diferă semnalul obţinut de la generatorul de funcţii față de semnalul armonic pur sau, cu alte cuvinte, cât de distorsionat (modificat) este semnalul armonic generat; distorsiuni datorate neliniarităţilor inerente existente în circuitele generatorului. Ca o măsură a acestor distorsiuni s-a introdus mărimea numită factor de distorsiuni armonice δ, definită astfel:

$$\delta = \frac{\sqrt{A_2^2 + A_3^2 + \ldots\ldots}}{A_1} = \sqrt{\sum_k 10^{\frac{n_k - n_1}{10}}}, \tag{3}$$

unde, $n_k = 20\lg\frac{A_k}{U_r}$, iar tensiunea de referință, U_r, va fi explicată ulterior.

Se dorește ca δ să fie cât mai mic, să tindă către zero.

B. Semnalul triunghiular

Folosind Tabelul 1, se calculează Seria Fourier Armonică a semnalului periodic triunghiular simetric, având frecvenţa de repetiţie f_0 (figura 3.a):

$$x(t)=\sum_{k=1}^{\infty}2E\text{sinc}^2\frac{k\pi}{2}\cos k\omega_0 t=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{8E}{\pi^2(2n+1)^2}\cos(2n+1)\omega_0 t\,. \tag{4}$$

Din (4) se identifică amplitudinile componentelor spectrale:

$$A_k=\begin{cases}\dfrac{8E}{\pi^2k^2} & ,k \text{ impar}\\ 0 & ,k \text{ par}\end{cases}\,. \tag{5}$$

Reprezentarea grafică a spectrului de amplitudini asociată semnalului din figura 3.a) este dată în figura 3.b), iar spectrul de amplitudini normat la amplitudinea fundamentalei se găseşte în figura 3.c).

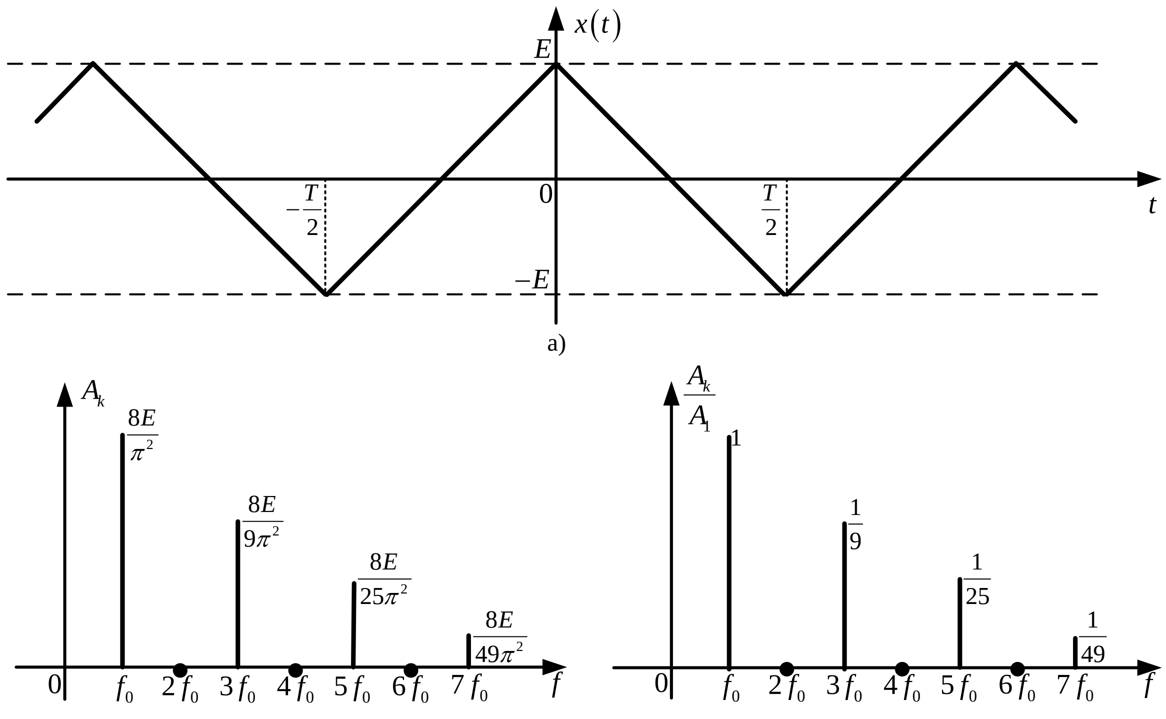

Figura 3. a) Reprezentarea în timp a semnalului triunghiular; b) Spectrul de amplitudini pentru semnalul triunghiular; c) Spectrul de amplitudini normat pentru semnalul triunghiular

Puterea semnalului triunghiular simetric, disipată pe o rezistență de 1Ω, se poate calcula pe baza datelor experimentale conform relaţiei:

$$P_e=\sum_{k=1}^{k_M}\frac{A_k^2}{2}, \tag{6}$$

unde k_M reprezintă numărul armonicilor care intră în spectrul de amplitudini.

Dacă se foloseşte reprezentarea în domeniul timp a semnalului, puterea semnalului triunghiular, pe o rezistenţă de $1\,\Omega$, se calculează folosind relația:

$$P_t = \frac{1}{T}\int_{(T)} |x(t)|^2\, dt = \frac{E^2}{3} = X_{ef}^2, \qquad (7)$$

unde X_{ef} este valoarea efectivă a semnalului analizat.

C. Semnalul dreptunghiular

Reprezentarea grafică a semnalului dreptunghiular este prezentată în figura 4. Semnalul fiind par, amplitudinile s_k, din seria trigonometrică sunt nule şi deci $A_k = |c_k|$.

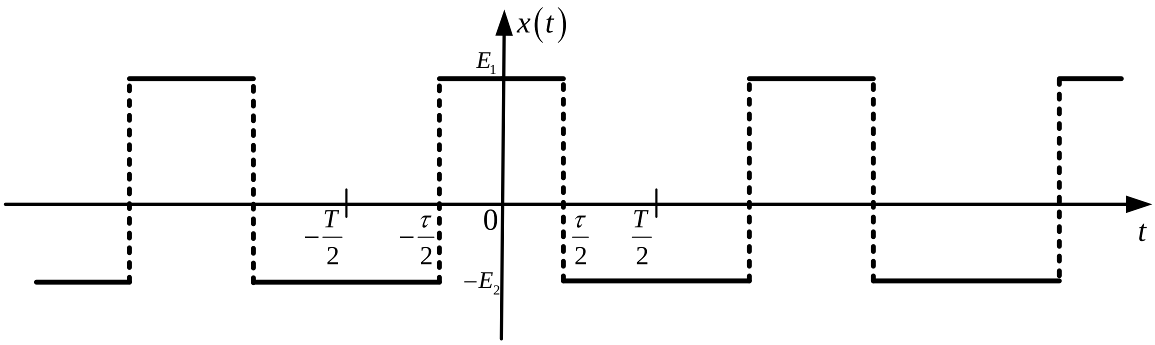

Figura 4. Reprezentarea grafică a semnalului dreptunghiular fără componentă continuă și cu factor de umplere $\frac{\tau}{T}$

Din punct de vedere al spectrului de amplitudini nu prezintă importanţă paritatea semnalului, deoarece deplasarea pe axa timpului atrage după sine doar modificarea spectrului de faze, φ_k, nu şi cel al amplitudinilor, A_k.

Utilizând relaţiile din Tabelul 1 se găseşte expresia Seriei Fourier Armonice:

$$x(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2(E_1 + E_2)}{k\pi} \sin(k\pi \frac{\tau}{T}) \cos(k\omega_0 t). \qquad (8)$$

Din (8) se identifică expresia lui A_k care mai poate fi scrisă şi sub forma:

$$A_k = 2\left(E_1 + E_2\right)\frac{\tau}{T}\left|\frac{\sin(k\pi\frac{\tau}{T})}{k\pi\frac{\tau}{T}}\right| = 2\left(E_1 + E_2\right)\frac{\tau}{T}\left|\operatorname{sinc}(k\pi\frac{\tau}{T})\right|, \tag{9}$$

care pune în evidenţă faptul că amplitudinile armonicilor semnalului descresc după o înfăşurătoare de forma $\left|\operatorname{sinc} x\right| = \left|\frac{\sin x}{x}\right|$. De asemenea, se remarcă proporţionalitatea lor cu amplitudinea $E_1 + E_2$ a semnalului periodic dreptunghiular, precum şi raportul τ/T numit *factor de umplere*.

Atunci când semnalul dreptunghiular are un factor de umplere $\frac{\tau}{T} = \frac{1}{2}$, amplitudinile E_1 și E_2 sunt egale în modul ($|E_1| = |E_2|$). Pe măsură ce factorul de umplere scade, $|E_1|$ crește și $|E_2|$ scade pentru a determina tot o componentă continuă nulă. Modificarea factorului de umplere fără modificarea amplitudinilor $|E_1|$ și $|E_2|$ conduce la modificarea componentei continue a semnalului.

Armonicile pentru care este îndeplinită condiţia $k\pi\frac{\tau}{T} = p\pi$ (adică $k = p\frac{T}{\tau}$), p fiind un număr întreg, au amplitudinile nule. De exemplu, pentru $\frac{\tau}{T} = \frac{1}{2}$ şi $\frac{\tau}{T} = \frac{1}{10}$, vor fi nule armonicile pare, $k = 2p$, respectiv armonicile de ordin $k = 10p$.

În figura 5 sunt reprezentate spectrele de amplitudini ale semnalului $x(t)$ din figura 4, menţinând perioada T constantă, iar lăţimea τ a impulsului fiind $T/2$, respectiv $T/10$.

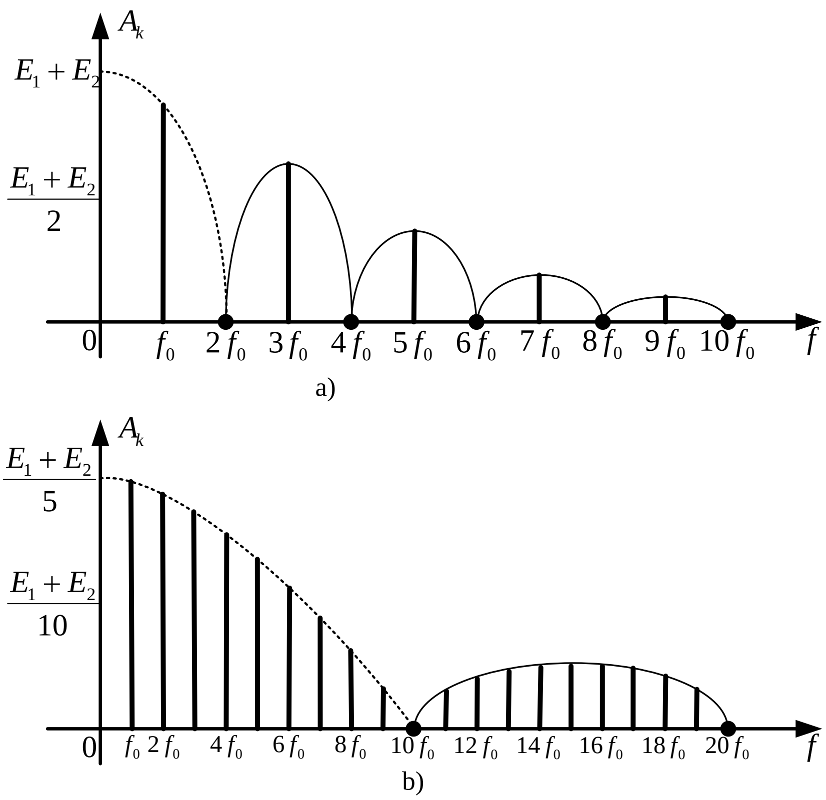

Figura 5. a) Spectrul de amplitudini pentru semnalul dreptunghiular cu factorul de umplere; $\tau/T = 1/2$ b) Spectrul de amplitudini pentru semnalul dreptunghiular cu factorul de umplere $\tau/T = 1/10$

Spectrele de amplitudini normate se obţin prin raportarea (normarea) amplitudinilor A_k la valoarea amplitudinii fundamentale A_1.

$$\left|\frac{A_k}{A_1}\right| = \frac{1}{k} \cdot \frac{\left|\sin k\pi \frac{\tau}{T}\right|}{\sin \pi \frac{\tau}{T}}. \tag{10}$$

Acest raport pune în evidenţă descreşterea amplitudinilor armonicelor comparativ cu fundamentala.

Astfel pentru $\tau/T = 1/2$ relaţia (10) devine:

$$\left|\frac{A_k}{A_1}\right| = \frac{1}{k} \cdot \frac{\left|\sin \frac{k\pi}{2}\right|}{\sin \frac{\pi}{2}} = \begin{cases} \frac{1}{k} & , k \text{ impar} \\ 0 & , k \text{ par} \end{cases}. \tag{11}$$

Reprezentarea grafică a spectrului de amplitudini normat, în acest caz, este dată în figura 6.

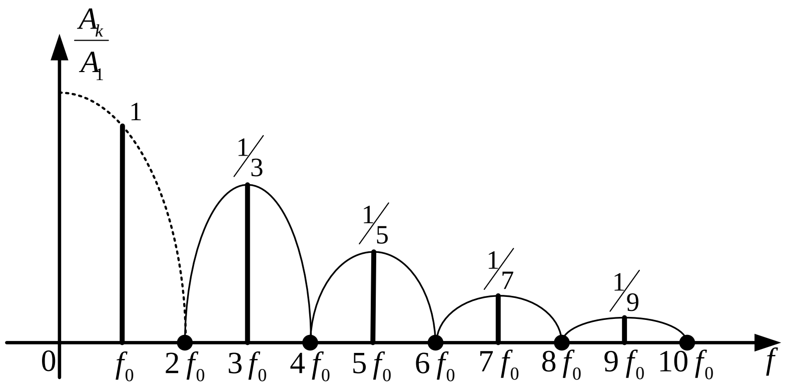

Figura 6. Reprezentarea grafică a spectrului de amplitudini normat la frecvenţa fundamentală pentru semnalul dreptunghiular cu factorul de umplere $\tau/T = 1/2$

Puterea semnalului dreptunghiular, disipată pe o rezistenţă de $1\,\Omega$, se poate calcula pe baza datelor experimentale conform relaţiei:

$$P_e = \sum_{k=1}^{k_M} \frac{A_k^2}{2}. \tag{12}$$

Dacă se foloseşte reprezentarea în domeniul timp a semnalului (figura 4), puterea semnalului dreptunghiular, pe o rezistenţă de $1\,\Omega$, se calculează folosind relația:

$$P_t = \frac{1}{T}\int_{(T)} |x(t)|^2\,dt = \frac{\tau}{T}\left(E_1^2 - E_2^2\right) + E_2^2. \tag{13}$$

1.3. Desfăşurarea lucrării

Schema bloc a montajului este prezentată în figura 7.

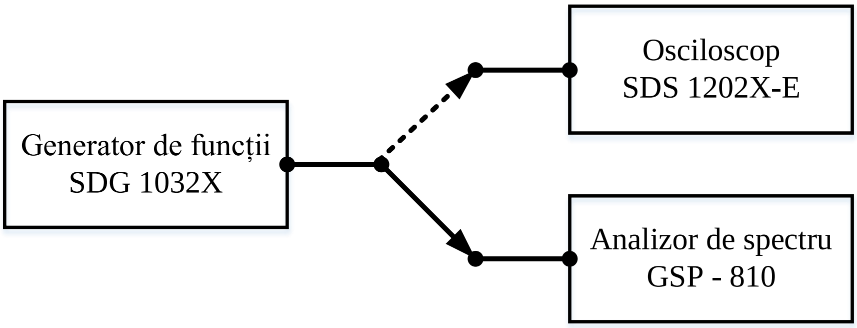

Figura 7. Schema bloc a montajului pentru semnale periodice

A) Determinarea parametrilor de funcționare ai analizorului spectral.

La efectuarea măsurătorilor, citirea şi interpretarea valorilor măsurate, se va ţine cont că $\mathrm{V_{rms}}$ este valoarea efectivă a tensiunii exprimată în volţi (rms=root mean square). $\mathrm{V_{rms}}$ este o notație și nu o unitate de măsură de sine stătătoare. Aceasta ajută la diferențierea diverșilor parametri de tip tensiune ai unui semnal (tensiune (valoare) medie, tensiune (valoare) de vârf, amplitudine etc. – vezi cursul/laboratorul de măsurări – METc).

În cazul aparatelor folosite în lucrare, dBm este unitatea de măsură pentru nivelul de tensiune exprimat în decibeli având ca tensiune de referinţă tensiunea care determină disiparea unei puteri de $1\,\mathrm{mW}$ pe o rezistenţă de $50\,\Omega$. Astfel pentru $\mathrm{P}=1\,\mathrm{mW}$ şi $\mathrm{R}=50\,\Omega$ se obţine valoarea efectivă a tensiunii de referinţă:

$$U_{r,ef}=\frac{U_r}{\sqrt{2}}=\sqrt{PR}=\sqrt{10^{-3}\cdot 50}=0,2236\ \mathrm{V}. \tag{14}$$

Această tensiune este utilizabilă când între generator şi analizorul de spectru este o adaptare perfectă, adică atunci când impedanța de ieșire din generator și impedanța de intrare în analizor sunt, în cazul general (când se consideră a fi complexe), complex conjugate ($\mathrm{Z_{OUT\ generator}}=Z^{*}_{\mathrm{IN\ analizor}}$). Cele două impedanțe formează un divizor de tensiune (figura 8). În general, această condiție este îndeplinită, deci tensiunea de referință este (în general!) $0{,}2236\ \mathrm{V_{rms}}$.

Acest punct al lucrării își propune să inițieze studenții în folosirea unui banc de măsură cu care nu au mai lucrat. În situații reale, prima operație care se face este verificarea funcționării corecte a aparatelor. Impedanța de ieșire din generatoarele de semnal se consideră garantată, egală cu $50\,\Omega$. Va trebui determinată așadar impedanța de intrare în analizorul spectral. Efectul deviației acesteia de la valoarea de $50\,\Omega$ poate fi exprimat printr-o deviație corespunzătoare a tensiunii de referință de la valoarea $0{,}2236\,\mathrm{V_{rms}}$. Acest lucru este convenabil în special pentru calculele ce se vor efectua în această lucrare. Un lucru este important de reținut: aparatul efectuează transformările în dBm folosind tensiunea de referință $0{,}2236\,\mathrm{V_{rms}}$ întotdeauna, deoarece acesta este un parametru folosit numai în calculele efectuate de aparat. Cum aparatele au procesoare identice, este clar că ele nu pot fi diferite de la aparat la aparat. Așadar, în realitate, parametrul care poate diferi la generatoarele din acest laborator este impedanța de intrare care se poate echivala cu folosirea altei tensiuni de referință pentru calcule (numită mai departe *tensiune de referință echivalentă*), variantă preferată în această lucrare.

Pentru a determina tensiunea de referință echivalentă se parcurg următorii pași:

- Se aplică la intrarea osciloscopului un semnal sinusoidal cu frecvența de 200 kHz obținut cu ajutorul generatorului de funcții, pentru conexiuni vezi figura 7 (Se apasă butonul Waveforms și apoi se apasă pe butonul de sub ecran corespunzător formei de undă armonice. Pentru setarea frecvenței se apasă pe butonul de sub ecran corespunzător parametrului Frequency până când acest parametru este selectat cu albastru. Apoi din tastatură se introduce valoarea 200 și, după, din butoanele de sub ecran se apasă butonul corespunzător unității de măsură kHz);
- Se măsoară valoarea efectivă a semnalului generat cu ajutorul osciloscopului în felul următor: se activează canalul osciloscopului la care este conectat generatorul de funcții prin apăsarea butonului 1 sau 2 (trebuie sa fie de culoare galben). Se apasă butonul Auto Setup, apoi se apasă butonul Measure, se selectează drept sursă canalul la care s-a conectat semnalul sinusoidal generat (se apasă butonul de sub ecranul osciloscopului corespunzător lui Source până se selectează canalul dorit, apoi se apasă butonul rotativ Intensity/Adjust pentru a salva setarea). Următorul pas este de a activa All Measure (se apasă butonul de sub ecranul osciloscopului corespunzător lui All Measure până când e On). Se urmărește valoarea dată de RMS. Se reglează amplitudinea semnalului generat astfel încât valoarea efectivă $\mathrm{V_{rms}}$ indicată pe osciloscop să fie $2 \cdot U_{r,ef} = 0,4472\,\mathrm{V_{rms}}$ (se apasă butonul de sub ecranul generatorului de funcții corespunzător Amplitude astfel încât Amplitude să fie subliniat cu albastru. Din butonul rotativ al generatorului de funcții se modifică amplitudinea până când RMS indică 0,4472) Valoarea indicată pe generatorul de semnale va reprezenta U_1.

- Se deconectează cablul de la osciloscop și se conectează la analizorul spectral. Se măsoară cu ajutorul cursorului tensiunea U_2 în dBm, $U_2\left[\text{dBm}\right]$ (figura 8) în felul următor: se apasă tasta CENTER, se tastează 0.2 și se apasă tasta MHz. Se apasă tasta SPAN și se reglează valoarea acestui parametru folosind butonul rotativ la 10 kHz/div. Se apasă tasta MKR, se tastează 0.2 și se apasă tasta MHz. Se citește valoarea în dBm indicată de cursorul plasat la 0.2 MHz. Atenție, aparatul indică întotdeauna și semnul (+ sau −) care, evident, trebuie luat în considerare. Un exemplu de indicație este: **1: 0.200 − 3.4 dBm**.
- Pentru a calcula divizorul de tensiune, relația (15), se transformă U_2 în volți cu ajutorul formulei $U_2\left[\text{V}\right] = 0,2236 \cdot 10^{\frac{U_2[\text{dBm}]}{20}}$.

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{R}{50 + R} = \theta, \tag{15}$$

unde θ reprezintă coeficientul de divizare.

- Din relația (15) se determină valoarea lui R, iar

$$U_{r,ef,real} = \sqrt{10^{-3} \cdot R}\ \text{V}. \tag{16}$$

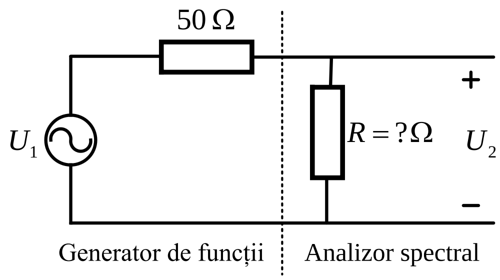

Figura 8. Schema bloc a montajului pentru semnale periodice

Se reamintește că pentru o tensiune U, nivelul ei în dB este:

$$n = 20\lg\frac{U}{U_r} \quad \left[\text{dB}\right], \tag{17}$$

unde U_r este o tensiune de referinţă.

B) Analiza spectrală teoretică şi experimentală a semnalului periodic dreptunghiular cu factor de umplere $\tau/T = 1/2$.

Se reglează la generatorul de funcții forma de undă generată (butonul waveforms) să fie dreptunghiulară, frecvența (butonul de sub ecran corespunzător lui Frequency) $f_0 = 200\,\text{kHz}$, factorul de umplere (butonul de sub ecran corespunzător lui DutyCycle) $\tau/T = 1/2$ (adică 50%) și amplitudinea (butonul de sub ecran corespunzător lui Amplitude) E a semnalului dreptunghiular astfel încât nivelul fundamentalei (componenta spectrală plasată la frecvența semnalului, în cazul de față $200\,\text{kHz}$) măsurat cu analizorul de spectru să fie $0\,\text{dBm}$. Pentru a nu avea erori de reglaj, se fixează nivelul de referinţă la 10 dBm– butonul REF LVL. Pentru a măsura armonicele, mai rapid, se fixează frecvenţa centrală a analizorului (butonul „CENTER") pe $1\,\text{MHz}$ și SPAN la $200\,\text{kHz/div}$ (astfel se pot viziona pe ecranul analizorului mai multe armonici, începând cu armonica 1 - fundamentala). Se fixează unul din cursori (marker) la frecvența armonicii care se dorește a fi măsurată şi se citeşte valoarea indicată în dBm (de exemplu, se dorește măsurarea armonicii a doua. Se fixează cursorul la valoarea $0,400\,\text{MHz}$ și se citește valoarea indicată în dBm. Pentru că se măsoară armonica a doua, valoarea măsurată va reprezenta A_2 exprimată în dBm. Aceste notații sunt folosite în calculele de mai jos). În momenul în care cursorul indică HIGH sau LOW înseamnă că acesta are setată o valoare mai mare, respectiv, mai mică a frecvenței maxime, respectiv, minime ce poate fi vizualizată pe ecranul analizorului, ceea ce presupune modificarea frecvenței centrale a analizorului la o valoare mai mare, respectiv, mai mică.

Se măsoară nivelul în dBm al primelor 20 de armonici (A_1, A_2 etc.) și se notează separat. Măsurătorile se vor folosi mai jos.

În Tabelul 2 avem:

- k – ordinul armonicii,
- $f_k\,[\text{MHz}]$ – frecvența armonicii de ordin k,
- Pentru partea experimentală:
  - Cu ajutorul cursorilor s-au măsurat A_1, A_2 etc. în dBm;
  - Se scriu în tabel $\left.\dfrac{A_k}{A_1}\right|_{\text{experimental}} [\text{dB}] = A_k\,[\text{dBm}] - A_1\,[\text{dBm}]$.
- Pentru partea teoretică (de calculat acasă):
  - $\left.\dfrac{A_k}{A_1}\right|_{\text{teoretic}}$ – se calculează cu relația (11);

- $\left.\frac{A_k}{A_1}\right|_{\text{teoretic}} [\text{dB}] = 20 \lg \frac{A_k}{A_1}$.

Tabelul 2 Analiza spectrală a semnalului periodic dreptunghiular cu $\tau/T = 1/2$

k	1	2	3	4	5	...	19	20
$f_k\,[\text{MHz}]$	0,2	0,4	0,6	0,8	1	...	3,8	4
$\left.\frac{A_k}{A_1}\right\|_{\text{teoretic}}$								
$\left.\frac{A_k}{A_1}\right\|_{\text{teoretic}} [\text{dB}]$								
$\left.\frac{A_k}{A_1}\right\|_{\text{experimental}} [\text{dB}]$								
$\left.\frac{A_k}{A_1}\right\|_{\text{experimental}}$								

Se măsoară valorile E_{01} și $-E_{02}$ pentru semnalul studiat folosind osciloscopul: se apasă butonul Auto Setup, se apasă butonul Measure, se apasă pe butonul de sub ecran corespunzător lui Measure astfel încât să fie On (pentru a selecta valoarea se apasă butonul rotativ Intensity/Adjust). Se selectează drept sursă canalul la care s-a conectat semnalul studiat (se apasă pe butonul de sub ecran corespunzător lui Source pentru a selecta canalul dorit), iar de pe ecran se citesc valorile Max (pentru E_{01}), respectiv, Min (pentru $-E_{02}$).

C) Analiza spectrală teoretică şi experimentală a semnalului periodic dreptunghiular cu factor de umplere $\tau/T = 1/4$.

Se realizează analiza spectrală teoretică şi experimentală a aceluiaşi semnal periodic dreptunghiular cu $f_0 = 200\,\text{kHz}$, dar cu $\tau/T = 1/4$ (adică 25%, modificare făcută prin apăsarea butonului de sub ecranul generatorului de funcții corespunzător lui DutyCycle, se introduce valoarea dorită de la tastatură și apoi se selectează unitatea de măsură corespunzătoare). Atenție la reglajul corect al lui E (butonul Amplitude), după modificarea factorului de umplere, astfel încât să se obțină nivelul fundamentalei tot egal cu 0 dBm, similar cu experimentul de la punctul B. Calculele vor fi asemănătoare cu cele de la punctul anterior.

Tabelul 3 Analiza spectrală a semnalului periodic dreptunghiular cu $\tau/T=1/4$

k	1	2	3	4	5	...	19	20
$f_k\,[\text{MHz}]$	0,2	0,4	0,6	0,8	1	...	3,8	4
$\left.\frac{A_k}{A_1}\right\|_{\text{teoretic}}$								
$\left.\frac{A_k}{A_1}\right\|_{\text{teoretic}}\,[\text{dB}]$								
$\left.\frac{A_k}{A_1}\right\|_{\text{experimental}}\,[\text{dB}]$								
$\left.\frac{A_k}{A_1}\right\|_{\text{experimental}}$								

Se măsoară valorile E_{01} și $-E_{02}$ pentru semnalul studiat procedând ca la punctul anterior.

D) Măsurarea timpului de creștere pentru semnalele periodice dreptunghiulare studiate mai sus: t_{c1} $(\tau/T=1/2)$ și t_{c1} $(\tau/T=1/4)$.

Se conectează generatorul de funcții la osciloscop. Se schimbă coeficientul de deflexie pe orizontală (sec/div) (butonul rotativ din secțiunea Horizontal) la valoarea minimă, se apasă butonul Measure, se selectează butonul All Measure aflat sub ecran. Se selectează drept sursă canalul la care s-a conectat semnalul studiat, iar de pe ecran se citește Rise time.

E) Determinarea benzilor de frecvență ocupate de semnalele periodice dreptunghiulare studiate mai sus.

Se consideră că în banda de frecvenţă intră toate componentele spectrale care au amplitudini mai mari de 1% din amplitudinea fundamentalei, adică $0,01\cdot A_1[\text{V}]$. Amplitudinea fundamentalei se reglează inițial la 0 dBm, ca în experimentele anterioare. Adică $20\lg\frac{A_1}{U_r}=0\,[\text{dBm}]$. Atunci $0,01\cdot A_1[\text{V}]$ exprimat în dBm va fi:

$$20\lg\frac{0,01A_1}{U_r}=20\lg 0,01+20\lg\frac{A_1}{U_r}=-40+0=-40\,[\text{dBm}].$$

Se vor căuta, așadar, toate componentele cu amplitudini mai mari de $-40\,\mathrm{dBm}$. Având în vedere că în cazul semnalului dreptunghiular cu factor de umplere 50 %, armonicele de ordin par sunt foarte mici (teoretic nule), se va considera că s-a ieșit din bandă atunci când se vor întâlni minim trei armonici consecutive cu nivelul mai mic de $-40\,\mathrm{dBm}$. În cazul semnalului dreptunghiular cu factor de umplere 25 %, armonicele cu ordin $k = 4p,\ p \in \mathrm{N}^*$ sunt foarte mici (teoretic nule) și se va considera că s-a ieșit din bandă atunci când se vor întâlni minim cinci armonici consecutive cu nivelul mai mic de $-40\,\mathrm{dBm}$. Pentru a efectua măsurători doar la limita benzii se procedează astfel: Se setează la generatorul de semnal unul dintre semnale periodice de mai sus. Atenție la reglajul corect al lui E (butonul Amplitude) după modificarea factorului de umplere (butonul DutyCycle) astfel încât să se obțină nivelul fundamentalei tot egal cu $0\,\mathrm{dBm}$, similar cu experimentul de la punctul B. Se reglează nivelul de referință al analizorului spectral la $10\,\mathrm{dBm}$ (butonul REF LVL), adică nivelul maxim măsurabil. Dacă toate reglajele au fost făcute corect, nivelul armonicii fundamentale se află în apropierea unei linii orizontale trasate cu negru de pe ecranul analizorului de spectru (vezi Fig. 9), linie care indică nivelul egal cu $0\,\mathrm{dBm}$. O diviziune verticală de pe ecran are $10\,\mathrm{dBm}$, deci pentru a identifica linia orizontală de $-40\,\mathrm{dBm}$ trebuie să identificăm a patra linie orizontală neagră sub cea de $0\,\mathrm{dBm}$. După se crește valaoarea indicată de CENTER până când pe ecran sunt afișate armonicele care au nivelul apropiat de $-40\,\mathrm{dBm}$ (vezi Fig. 10).

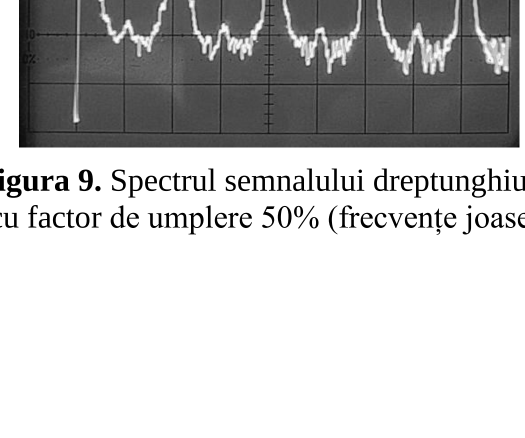

Figura 9. Spectrul semnalului dreptunghiular cu factor de umplere 50% (frecvențe joase).

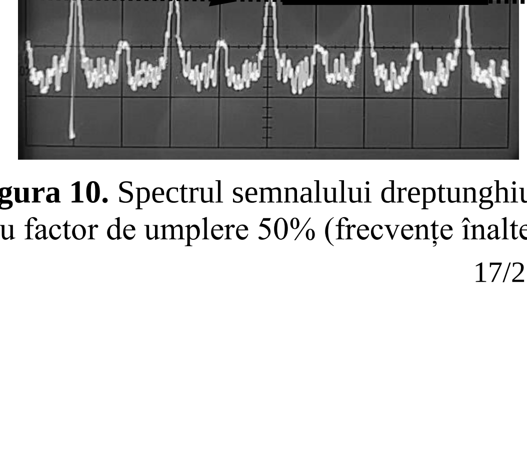

Figura 10. Spectrul semnalului dreptunghiular cu factor de umplere 50% (frecvențe înalte).

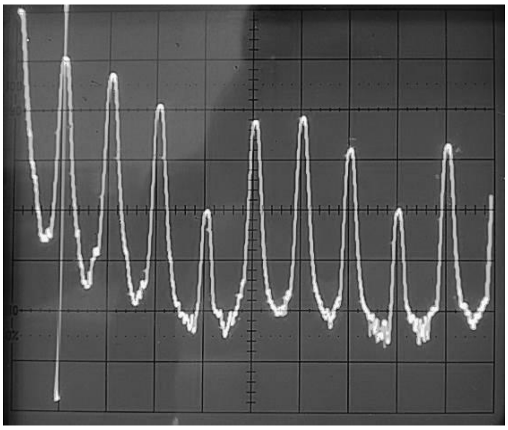

Figura 11. Spectrul semnalului dreptunghiular cu factor de umplere 25% (frecvențe joase).

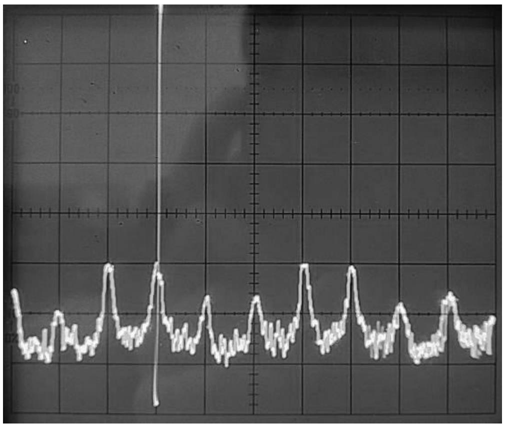

Figura 12. Spectrul semnalului dreptunghiular cu factor de umplere 25% (frecvențe înalte)

Se aduce unul din cursori pe ecran, setând valoarea frecvenței acestuia la valoarea indicată de CENTER. Având în vedere că la generator este setat un semnal de $200\,\text{kHz}$, armonicile sale sunt situate pe multiplu de $200\,\text{kHz}$. Se măsoară, de la stânga la dreapta, nivelul armonicilor care se pot vizualiza pe ecranul analizorului spectral. Se efectuează măsurători până când se întâlnesc minim trei (factor de umplere 50%), respectiv cinci (factor de umplere 25%), componente consecutive cu nivelul sub $-40\,\text{dBm}$. Ultima componentă care indică o valoare mai mare de $-40\,\text{dBm}$ este ultima componentă din spectru, aflată pe frecvența $k \cdot 200$ kHz. Având în vedere că semnale sunt în banda de bază, banda semnalului este $B = k \cdot 200$ kHz . Dacă toate componentele de pe ecran au valori mai mari de $-40\,\text{dBm}$, se crește valoarea CENTER și se măsoară în continuare nivelul armonicilor. Dacă componentele au valori mai mici de -40 dBm, se scade valoarea indicată de CENTER.

F) Analiza spectrală teoretică și experimentală a semnalului periodic triunghiular simetric.

Se schimbă forma de undă generată pentru a obține un semnal triunghiular (butonul Waveforms). Se reglează frecvența sa la $f_0 = 200\,\text{kHz}$, simetria semnalului la 50% (butonul DutyCycle) şi amplitudinea E a semnalului triunghiular astfel încât nivelul fundamentalei măsurat cu analizorul spectral să fie 0 dBm. Pentru semnalul triunghiular se măsoară primele 12 componentele spectrale și se determină banda de frecvenţă ocupată, în aceste condiţii, de către semnalul triunghiular. Se procedează ca la punctele anterioare. Rezultatele experimentale se trec într-un tabel similar cu Tabelul 2, iar cele teoretice se vor completa acasă.

Se măsoară amplitudinea E_0 pentru semnalul studiat folosind osciloscopul: se apasă butonul Auto Setup, se apasă butonul Measure, se selectează All Measure sa fie On. Se selectează drept sursă canalul la care s-a conectat semnalul studiat, iar ca tip de măsurătoare Max.

G) Studiul factorului de distorsiune.

Se aplică la intrarea analizorului de spectru, un semnal sinusoidal (butonul Waveforms), produs de generatorul de funcţii, având frecvenţa $f_0 = 200\,\text{kHz}$ şi nivelul fundamentalei egal cu 0 dBm. Se măsoară nivelurile primelor 10 componente spectrale şi se calculează factorul de distorsiuni folosind relația (3).

Se repetă măsurătorile pentru un semnal sinusoidal, produs de generatorul de funcţii, având frecvenţa $f_0 = 200\,\text{kHz}$ şi nivelul fundamentalei egal cu 10 dBm.

H) Se repetă punctul F) pentru un semnal triunghiular cu $f_0 = 10\,\text{kHz}$, de data aceasta pentru măsurătorile în domeniul frecvenţă folosindu-se osciloscopul Siglent SDS 1202X-E .

Osciloscopul Siglent SDS 1202X-E poate fi folosit și ca analizor spectral. Pentru a intra în modul de analiză spectrală se conectează un semnal la intrarea unuia din cele două canale, se apasă Auto Setup, se apasă butonul Math, la Operator se selectează FFT (Fast Fourier Transform) (butonul de sub ecranul osciloscopului corespunzător lui Operator se apasă până când apare FFT și apăsând butonul rotativ Intensity/Adjust se selectează FFT), iar la Source se setează canalul la care a fost conectat semnalul. Din butonul rotativ din secțiunea Horizontal se modifică sec/div astfel încât pe ecranul osciloscopului să intre cât mai multe perioade (100ms/div).

Pentru măsurătorile în domeniul frecvenţă se utilizează osciloscopul. Tensiunea de referință se determină aplicând de la generatorul de funcţii un semnal sinusoidal cu frecvenţa de $10\,\text{kHz}$, a cărui amplitudine este reglată astfel încât amplitudinea componentei spectrale a fundamentalei, vizualizată pe osciloscop, folosit ca analizor de spectru, la frecvenţa de $10\,\text{kHz}$, să fie 0 dB. Se vor folosi cursorii (butonul Cursors), se selectează Source - MATH pentru a măsura frecvențe (se apasă butonul de sub ecran corespunzător lui X) sau nivelul (se apasă butonul de sub ecran corespunzător lui Y). Se identifică fundamentala cu ajutorul cursorului X1 sau X2. Pentru a deplasa cursorii pe ecran se folosește butonul rotativ Intensity/Adjust. Apoi se comută pe Y și cursorul Y1 sau Y2 se plasează în dreptul la 0 dBV. Apoi se modifică amplitudinea de la generatorul de funcții până când vârful fundamentalei ajunge în dreptul cursorului poziționat la valoarea de 0 dBV. Valoarea efectivă a acestui semnal va fi tensiunea de referință. Se măsoară nivelul la celelalte componentelor spectrale folosind cursorul Y1 sau Y2 poziționând cursorul pe vârful acestora. Pentru a identifica a câta componentă spectrală este măsurată se folosesc cursorii X poziționând cursorul X1 sau X2 pe componenta respectivă și citind frecvența indicată de cursorul folosit.

I) Se trasează pe hârtie milimetrică spectrele de amplitudini teoretice şi experimentale pentru semnalele studiate, $\left.\frac{A_k}{A_1}\right|_{\text{teoretic}}$ şi $\left.\frac{A_k}{A_1}\right|_{\text{experimental}}$, în funcţie de frecvenţă.

Pentru acelaşi factor de umplere, spectrele se trasează pe acelaşi grafic (valoarea teoretică printr-un segment, iar valorarea experimentală printr-un punct, folosind o culoare pentru segmente și alta pentru puncte).

Ce legătură găsiți între timpul de creștere măsurat la punctul D) și spectrul semnalului?

Pentru semnalul triunghiular se trasează pe o altă hârtie milimetrică spectrele de amplitudini teoretice şi experimentale, $\left.\frac{A_k}{A_1}\right|_{\text{teoretic}}$ şi $\left.\frac{A_k}{A_1}\right|_{\text{experimental}}$, în funcţie de frecvenţă, pe aceleaşi axe de coordonate.

J) Se determină puterile disipate de către semnalele periodice dreptunghiulare pe o rezistenţă de 1Ω, pe baza spectrelor de amplitudini măsurate în Tabelul 2, folosind relația (12).

Observație: În calculul puterii, folosind relația (12), se ține cont de următorul aspect: cu ajutorul analizorului spectral se măsoară direct valorile efective ale amplitudinilor A_k ($A_{k,ef}$), unde $A_{k,ef} = \frac{A_k}{\sqrt{2}}$.

Se compară puterea obţinută folosind datele experimentale, P_e, şi puterea pe fundamentală, P_1, cu cea care foloseşte reprezentarea în domeniul timp a semnalului, P_t, relația (13). Se determină rapoartele $\frac{P_e}{P_t}$ şi $\frac{P_1}{P_t}$.

Observație: Amplitudinile E_1 și E_2, din relația (13), se măsoară cu osciloscopul şi sunt date de relaţia $E_i = E_{0i} \cdot \theta, i \in \{1,2\}$, unde E_{01} și E_{02} sunt amplitudinile maximă, respectiv minimă, de vârf a semnalului dreptunghiular măsurate cu osciloscopul, iar θ este coeficientul de divizare determinat la punctul A).

K) Se determină puterea semnalului triunghiular calculată pe baza componentelor măsurate, relația (6) (ținând cont de observațiile de la punctul J)).

Se compară P_e cu puterea P_t calculată folosind relaţia (7), unde $E = E_{01} \cdot \theta$ (E_{01} măsurat la punctul **F)**). Se determină rapoartele $\frac{P_e}{P_t}$ şi $\frac{P_1}{P_t}$, unde P_1 este puterea componentei pe frecvenţa fundamentală.

1.4. Întrebări pregătitoare

a) Dacă $A_1 = 20$ dBm și $A_2 = 0,01 A_1$, determinați $A_1[\mathrm{V}]$ și $A_2[\mathrm{dBm}]$ folosind $U_{ref} = 0,2236$ V. Repetați pentru $U_{ref} = 0,775$ V.

b) Dacă $A_1 = 20$ dBm și $A_2 = 0,01 A_1$, care este diferența (în dB) între $A_1[\mathrm{dBm}]$ și $A_2[\mathrm{dBm}]$? Repetați pentru $A_2 = 0,1 A_1$ și $A_2 = 0,001 A_1$. Ce observați?

c) Dacă $A_1 = 20$ dBm și $A_2 = 14$ dBm, ce valoare are raportul $\frac{A_2}{A_1}$. în unități de nivel. Precizați unitatea de măsură.

d) Determinați puterea disipată de un semnal sinusoidal cu nivelul $0\,\text{dBm}$ ($U_{ref} = 0,2236\text{ V}$) pe o rezistență egală cu $50\,\Omega$, $75\,\Omega$, $600\,\Omega$. Repetați cerința pentru un semnal cu nivelul de $10\,\text{dBm}$. Ce creștere de putere determină modificiarea cu 10 dB a nivelului semnalului?

e) Determinați puterea disipată de un semnal sinusoidal cu nivelul $0\,\text{dBm}$ ($U_{ref} = 0,775\text{ V}$) pe o rezistență egală cu $50\,\Omega$, $75\,\Omega$, $600\,\Omega$. Repetați cerința pentru un semnal cu nivelul de $10\,\text{dBm}$. Ce creștere de putere determină modificarea cu 10 dB a nivelului semnalului?

f) Determinați valoarea factorului de atenuare pentru divizorul rezistiv din figura 8 dacă $R = 50\,\Omega$ (adică impendanța de intrare tipică a unui analizor de semnal), respectiv $R = 1\,\text{M}\Omega$ (adică impendanța de intrare tipică a unui osciloscop). Ce observați? Care va fi valoarea de vârf a semnalului U_2 dacă semnalul U_1 este sinusoidal cu valoarea efectivă egală cu $\sqrt{2}\,[\text{V}]$?

g) Desenați spectrul de amplitudini și faze pentru semnalul $s(t) = 2 + 2\sin(100t + \pi) - 3\cos(200t) + \cos^2\left(400t - \dfrac{\pi}{4}\right)$.

h) Un semnal periodic a fost măsurat cu analizorul de semnal. S-au obținut valorile: $A_1 = 20\text{ dBm}$, $A_2 = 10\text{ dBm}$, $A_3 = -25\text{ dBm}$, $A_4 = 1\text{ dBm}$, $A_5 = -21\text{ dBm}$, $A_6 = -25\text{ dBm}$ și $A_7 = -30\text{ dBm}$. Determinați banda efectivă a semnalului dacă limita (vezi discuția din lucrare) se consideră $0,01A_1$, $0,1A_1$, respectiv $0,001A_1$.

1.5. Întrebări

a) Ce valoare are componenta continuă a semnalelor analizate la punctele B și C?

b) Cât este timpul de creștere pentru un semnal dreptunghiular ideal?

c) De ce nu se poate obține o extincție (suprimare) perfectă a armonicilor pare pentru $\tau/T = 1/2$?

d) Două semnale periodice dreptunghiulare au aceeaşi perioadă T şi coeficienţii de umplere complementari: $\tau_1/T + \tau_2/T = 1$. Care este relaţia dintre amplitudinile A_k ale celor două semnale ?

1.6. Aplicaţii

a) Se reglează parametrii unui semnal periodic dreptunghiular astfel încât $T = 50\,\mu\text{s}$, $\tau/T = 1/3$, $A = U_r$. Să se calculeze amplitudinile A_k, $k = 0$.

b) La măsurarea unui semnal sinusoidal s-au găsit următoarele niveluri ale armonicilor: $n_1 = -3\,\text{dB}$, $n_2 = -43\,\text{dB}$, $n_3 = -49\,\text{dB}$, $n_4 = -63\,\text{dB}$ ($U_{ref} = 1\,\text{V}$). Să se calculeze amplitudinea fundamentalei (în mV) şi factorul de distorsiuni.

c) La analiza spectrală a unui semnal periodic dreptunghiular s-a constatat că armonica a 2-a are cu $25\,\text{dB}$ mai puţin decât fundamentala. Ce coeficient de umplere are semnalul analizat? Care va fi diferenţa în dB între nivelul fundamentalei şi nivelul armonicii a 3-a pentru acest semnal?

d) Semnalul de la punctul a) este aplicat la intrarea unui FTJ ideal cu frecvenţa de tăiere $f_t = 45\,\text{kHz}$. Să se reprezinte grafic semnalul obţinut la ieşire.